

## TEORI UMUM PROSES MARKOV

### 2.1 Definisi Proses Markov

Proses stokastik  $X(t)$  adalah aturan untuk menentukan fungsi  $X(t, \xi)$  untuk setiap  $\xi$ . Jadi proses stokastik adalah keluarga fungsi waktu yang tergantung pada parameter  $\xi$  atau secara ekivalen fungsi  $t$  dan  $\xi$ .  $X(t)$  adalah proses keadaan diskret bila harga-harganya bulat. Bila tidak demikian  $X(t)$  adalah proses kontinu.<sup>[9]</sup>

Pada tahun 1906, A.A. Markov seorang ahli matematika dari Rusia yang merupakan murid Chebysev mengemukakan teori ketergantungan variabel acak proses acak yang dikenal dengan proses Markov.<sup>[12]</sup> Proses Markov adalah proses stokastik masa lalu tidak mempunyai pengaruh pada masa yang akan datang bila masa sekarang diketahui.<sup>[9]</sup>

Bila  $t_{n-1} < t_n$  maka :

$$P\{X(t_n) \leq X_n \mid X(t), t \leq t_{n-1}\} = P\{X(t_n) \leq X_n \mid X(t_{n-1})\} \quad [2.1]$$

Bila  $t_1 < t_2 < \dots < t_n$  maka :

$$P\{X(t_n) \leq X_n \mid X(t_{n-1}), \dots, X(t_1)\} = P\{X(t_n) \leq X_n \mid X(t_{n-1})\} \quad [2.2]$$

Definisi di atas berlaku juga untuk waktu diskret bila  $X(t_n)$  diganti  $X_n$ .<sup>[12], [13]</sup>

### 2.2 Sifat Umum

Sifat umum dari proses Markov adalah :<sup>[9]</sup>

1.  $f(X_n \mid X_{n-1}, \dots, X_1) = f(X_n \mid X_{n-1})$  [2.3]

2.  $E\{X_n \mid X_{n-1}, \dots, X_1\} = E\{X_n \mid X_{n-1}\}$  [2.4]

3. Proses Markov juga Markov bila waktu dibalik :

$$f(X_n \mid X_{n+1}, \dots, X_{n+k}) = f(X_n \mid X_{n+1}) \quad [2.5]$$

4. Bila keadaan sekarang diketahui, masa lalu independen dengan masa akan datang, bila  $k < m < n$  maka :

$$f(X_n, X_k \mid X_m) = f(X_n \mid X_m) f(X_k \mid X_m) \quad [2.6]$$

### 2.3 Definisi Rantai Markov

Diberikan sebuah himpunan  $N$  dengan keadaan  $E = \{E_1, E_2, \dots, E_N\}$  dan rantai keadaan itu :<sup>[1], [15]</sup>

$$E_{j1}, E_{j2}, E_{j3}, \dots, E_{jN}$$

Rantai tersebut adalah rantai Markov bila :

$$P(E_k | E_{j1}E_{j2} \dots E_{ji}) = P(E_k | E_{ji}) \quad [2.7]$$

### 2.3.1 Rantai Markov Diskret

Rantai Markov waktu diskret adalah proses Markov  $X_n$  yang mempunyai keadaan (*state*) terbatas  $a_i$ , dicirikan dalam bentuk probabilitas keadaannya :<sup>[9]</sup>

$$P_i[n] = P\{X_n = a_i\} \quad i = 1, 2, \dots \quad [2.8]$$

Dan probabilitas transisi :

$$\pi_{ij}[n_1, n_2] = P\{X_{n_2} = a_j | X_{n_1} = a_i\} \quad [2.9]$$

$$\text{karena } \sum_j \pi_{ij}[n_1, n_2] = 1 \quad [2.10]$$

$$\sum_i p_i[k] \pi_{ij}[k, n] = p_j[n] \quad [2.11]$$

bila  $n_1, n_2, n_3$  maka :

$$\pi_{ij}[n_1, n_3] = \sum_r \pi_{ir}[n_1, n_2] \pi_{rj}[n_2, n_3] \quad [2.12]$$

### 2.3.2 Probabilitas Transisi

Probabilitas transisi adalah probabilitas pergerakan dari keadaan  $E_i$  ke  $E_j$ , dinotasikan dengan  $p_{ij}$ .<sup>[11]</sup>

$$P(E_j | E_{k1}, E_{k2}, \dots, E_{kv}, E_i) = P(E_j | E_i) = p_{ij} \quad [2.13]$$

$$\text{Untuk semua } i \text{ dan } j \quad p_{ij} \geq 0 \text{ dan untuk setiap } i \quad \sum_{j=1}^N p_{ij} = 1 \quad [2.14]$$

### 2.3.3 Matriks Transisi

Matriks transisi sebuah sistem dengan  $N$  keadaan,  $E_1, E_2, \dots, E_N$  dan probabilitas transisi  $P_{ij} = 1, 2, \dots, N$  adalah :<sup>[11]</sup>

$$T = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & \dots & p_{1N} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & \dots & p_{2N} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} & \dots & p_{3N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{N1} & p_{N2} & p_{N3} & \dots & p_{NN} \end{pmatrix} \quad [2.15]$$

### 2.3.4 Probabilitas Vektor

Distribusi probabilitas awal yaitu :<sup>[11]</sup>

$$P(E_i) = p_i, \text{ sehingga untuk setiap } i, p_i \geq 0 \text{ dan } \sum_{i=1}^N p_i = 1 \quad [2.16]$$

Biasanya dituangkan dalam matriks satu baris :  $(p_1 \ p_2 \ p_3 \ \dots \ p_N)$

disebut vektor karena isi yang ada di dalamnya adalah vektor probabilitas awal yang disimbolkan  $\pi_0$  sehingga :

$$\pi_0 = (p_1 \ p_2 \ p_3 \ \dots \ p_N) \quad [2.17]$$

### 2.3.5 Rantai Markov Homogen

Bila proses  $X_n$  homogen, maka probabilitas transisi hanya tergantung pada selisih  $m = n_2 - n_1$ .<sup>[9]</sup>

$$\pi_{ij}[m] = P\{X_{n+m} = a_j \mid X_n = a_i\} \quad [2.18]$$

Dengan mengambil  $n_2 - n_1 = k, n_3 - n_2 = n$  maka :

$$\pi_{ij}[n+k] = \sum_r \pi_{ir}[k] \pi_{rj}[n] \quad [2.19]$$

Untuk rantai Markov keadaan berhingga, bentuk di atas ditulis dalam bentuk vektor :

$$\Pi[n+k] = \Pi[n] \Pi[k] \quad [2.20]$$

dimana  $\Pi[n]$  adalah matriks Markov dengan elemen  $\pi_{ij}[n]$  menghasilkan  $\Pi[n] = \Pi^n$  dimana  $\Pi = \Pi[1]$  adalah matriks transisi satu langkah dengan elemen-elemen  $\pi_{ij}$ .

$$\Pi[n+1] = \Pi[n] \Pi \quad [2.21]$$

Matriks  $\Pi$  :

$$\Pi = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \dots & \pi_{1N} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \dots & \pi_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \pi_{N1} & \pi_{N2} & \dots & \pi_{NN} \end{bmatrix} \quad [2.22]$$

### 2.3.6 Rantai Markov Ergodik

Rantai Markov disebut ergodik jika mungkin untuk berpindah dari keadaan satu ke keadaan yang lain.<sup>[15]</sup>

$$\Pi_j = \lim_{n \rightarrow \infty} P_{ij}^{(n)} \quad [2.23]$$

ada dan  $\Pi_j$ ,  $0 \leq j \leq M$  adalah solusi dari :

$$\Pi_j = \sum_{k=0}^M \Pi_k p_{kj} \text{ dan } \sum_{j=0}^M \Pi_j = 1 \quad [2.24]$$

## 2.4 Definisi Model Markov Tersembunyi

Penerapan teori HMM untuk pengenalan kata bukan lagi hal yang baru. Teori dasar HMM telah dipublikasikan oleh Baum pada awal tahun 70-an dan telah diaplikasikan oleh Baker dan Jelinek di IBM pada tahun 70-an. Tetapi perkembangan pesat dari HMM baru terjadi beberapa tahun terakhir ini. Hal ini disebabkan :

1. Teori dasar dari HMM telah dipublikasikan pada jurnal matematika namun tidak dibaca oleh insinyur yang bekerja pada pemrosesan sinyal.
2. Penerapan teori langsung ke pengenalan kata tidak memberi tutorial yang cukup untuk diterapkan ke penelitian mandiri.<sup>[12]</sup>

Model Markov Tersembunyi (*Hidden Markov Model* = HMM) merupakan salah satu model stokastik yang banyak menarik perhatian akhir-akhir ini. HMM terdiri atas sebuah sinyal yang dimodelkan sebagai sebuah rantai Markov keadaan terhingga dan sebuah observasi yang dimodelkan sesuai proses observasi pada rantai Markov.

HMM telah diperkenalkan dan dipelajari sejak akhir tahun 60-an dan awal tahun 70-an. Metode statistik HMM semakin populer pada dekade terakhir ini karena model tersebut kaya akan struktur matematika dan mengandung teori dasar yang bisa digunakan untuk beberapa aplikasi yang penting. Penerapan dari HMM meliputi pengenalan ucapan (*speech recognition*), *target tracking*, komunikasi digital, teknik biomedik dan keuangan.

HMM didefinisikan sebagai kumpulan lima parameter ( $N, M, A, B, \pi$ ). Jika dianggap  $\lambda = \{A, B, \pi\}$  maka HMM mempunyai parameter tertentu  $N$  dan  $M$ . Ciri-ciri HMM adalah :<sup>[3], [4], [5]</sup>

- Observasi diketahui tetapi urutan keadaan (*state*) tidak diketahui sehingga disebut *hidden*.
- Observasi adalah fungsi probabilitas keadaan
- Perpindahan keadaan adalah dalam bentuk probabilitas

## 2.5 Parameter Distribusi

HMM mempunyai parameter-parameter distribusi sebagai berikut :<sup>[12], [13]</sup>

### 1. Probabilitas Transisi

$$A = \{ a_{ij} \} \quad , \quad a_{ij} = \Pr(X_{t+1} = q_j \mid X_t = q_i) \quad , \quad 1 \leq j, i \leq N \quad [2.25]$$

### 2. Probabilitas observasi

$$B = \{ b_i \} \quad , \quad b_i(k) = \Pr(O_t = V_k \mid X_t = q_{it} ) \quad , \quad [2.26]$$

### 3. Distribusi keadaan awal

$$\pi = \{ \pi_i \} \quad , \quad \pi_i = \Pr(X_0 = q_i) \quad [2.27]$$

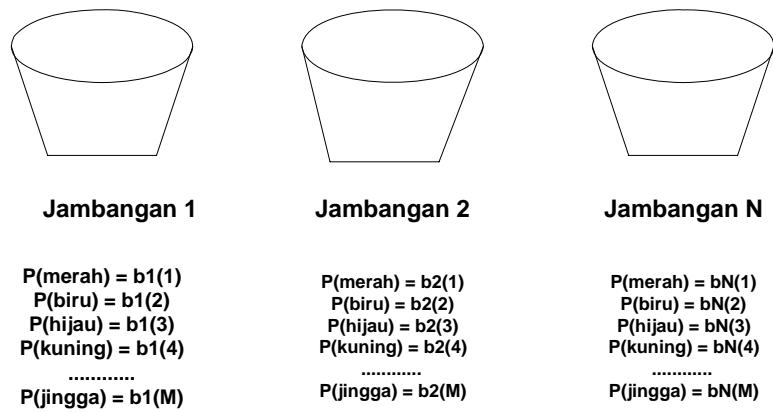
Sedangkan parameter tertentu HMM ada dua yaitu N dan M.

1. N, jumlah keadaan model. Dinotasikan himpunan terbatas untuk keadaan yang mungkin adalah  $Q = \{q_1, \dots, q_N\}$
2. M, jumlah dari simbol observasi/keadaan, ukuran huruf diskret. Simbol observasi berhubungan dengan keluaran fisik dari sistem yang dimodelkan. Dinotasikan himpunan terbatas untuk observasi yang mungkin adalah  $V = \{V_1, \dots, V_M\}$ .

Secara tradisional, parameter-parameter HMM ditaksir berdasarkan kriteria *maximum likelihood* (ML) dan algoritma *Baum-Welch* (EM = Expectation Modification).

## 2.6 Perluasan Model Markov

Perluasan konsep dari model Markov adalah observasi merupakan fungsi probabilitas dari keadaan yang disebut Hidden Markov Model (HMM). HMM adalah suatu proses stokastik dengan proses stokastik dasar observasi diketahui tetapi urutan keadaan tidak diketahui (*hidden*), tetapi bisa diobservasi melalui himpunan proses stokastik lain yang menghasilkan urutan simbol observasi. Untuk mempermudah pemahaman digunakan model jambangan dan bola seperti Gambar 2.1.<sup>[12], [13]</sup> Ada seorang anak dalam ruangan yang berisi N buah jambangan. Jambangan tersebut berisi bola yang beraneka warna. Anak tersebut melakukan pengambilan bola secara acak dari jambangan yang acak. Pengambilan sebuah bola di dalam keranjang secara acak kemudian dipindahkan ke tempat yang lain. Pengambilan bola secara berulang-ulang. Keseluruhan proses membangkitkan urutan observasi terbatas dari warna-warna bola sebagai model dari observasi keluaran dari HMM.



Gambar 2.1 Model Jambangan dan Bola

Apabila ada keranjang sebanyak  $N$  yang berisi bola-bola berwarna dan  $M$  adalah macam-macam warna pada bola, dengan menganggap setiap keranjang mempunyai distribusi warna yang berbeda maka akan mempunyai algoritma untuk menggerakkan urutan sebagai berikut :

1. Mengambil keranjang mula-mula secara acak.
2. Mengambil sebuah bola di dalam keranjang secara acak kemudian memindahkan ke tempat yang lain.
3. Memilih keranjang yang lain berdasarkan proses pemilihan acak.
4. Mengulangi langkah 2 dan 3.

Jadi pemilihan jambangan menggambarkan matriks transisi keadaan, sedangkan probabilitas warna bola menggambarkan keadaan.

## 2.7 Tipe-Tipe Model Markov Tersembunyi

Ada dua tipe dasar HMM yaitu :<sup>[8]</sup>

### 1. *Discrete Hidden Markov Model* (DHMM)

Menggunakan probabilitas keluaran diskret nonparameter berdasarkan proses kuantisasi vektor sebelumnya.

### 2. *Continuous Hidden Markov Model* (CHMM)

Menggunakan kerapatan parameter pada model untuk probabilitas keluarannya.

DHMM mempunyai masalah kehilangan informasi sinyal masukan selama proses kuantisasi vektor. CHMM mengatasi masalah tersebut menggunakan fungsi PDF jadi CHMM lebih fleksibel dan lengkap untuk pemodelan ucapan.

Kedua tipe tersebut membutuhkan banyak parameter dan basis data untuk diolah. Oleh karena itu, Huang mengusulkan tipe *Semi Continuous Hidden Markov Model* (SCHMM). SCHMM mirip dengan CHMM tetapi semua model dipaksa untuk membagi himpunan yang sama dari PDF.

## 2.8 Tiga Masalah Dasar HMM

Ada 3 masalah dasar HMM yang harus dipecahkan untuk model yang diterapkan di dunia nyata, yaitu :<sup>[12],[13]</sup>

1. Menghitung  $P(O | \lambda)$  bila diberikan urutan observasi  $O = O_1 O_2 \dots O_T$  dan sebuah model  $\lambda = (A, B, \pi)$ .
2. Memilih urutan keadaan yang paling optimal yang berhubungan dengan  $Q = q_1 q_2 \dots q_T$  bila diberikan urutan observasi  $O = O_1 O_2 \dots O_T$  dan sebuah model  $\lambda = (A, B, \pi)$ .
3. Mengatur parameter  $\lambda$  agar  $P(O | \lambda)$  maksimal.

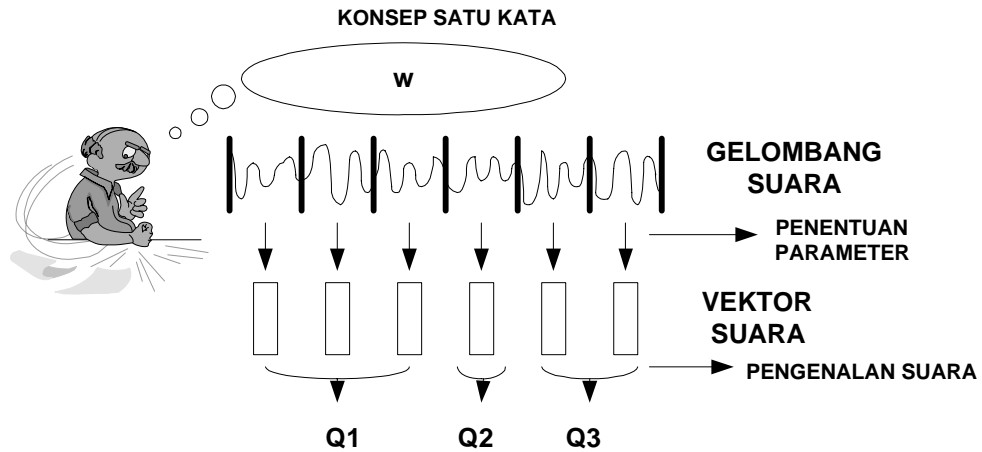
Untuk memecahkan masalah pertama dengan menggunakan algoritma Maju-Mundur. Masalah kedua dipecahkan dengan menggunakan algoritma Viterbi. Sedangkan masalah ketiga dipecahkan dengan algoritma Baum-welch.

## 2.9 Penentuan Parameter secara Umum

Cara merepresentasi sinyal suara agar dapat dianalisa lebih lanjut dapat dilakukan dengan mempresentasikan sinyal suara ke dalam suatu bentuk. Suatu sinyal suara pada intinya dapat dipresentasikan ke dalam bentuk:

- representasi sinyal suara dalam bentuk gelombang
- representasi sinyal suara dalam bentuk parameter

Untuk representasi suara dalam bentuk gelombang dengan menampilkan pola-pola gelombang suara yang ada. Sedangkan representasi sinyal suara dalam bentuk parameter merupakan cara representasi sinyal yang cukup rumit karena dari sinyal yang ada akan dihitung secara matematis parameter sinyal yang mengandung informasi sinyal. Representasi sinyal suara ke dalam parameter memberikan hasil yang lebih baik daripada representasi sinyal suara dalam bentuk gelombang. Penentuan parameter HMM secara umum dapat dilihat pada Gambar 2.2.



Gambar 2.2 Penentuan Parameter secara Umum

Diasumsikan sinyal suara merupakan pesan yang dienkode dengan urutan satu atau lebih simbol. Urutan tersebut adalah parameter vektor suara yang diasumsikan merupakan representasi gelombang suara dengan periode tertentu. Sebuah gelombang suara dibagi-bagi dengan lama periode tertentu misalnya 10 ms, jadi untuk frekuensi sampling 8000 Hz akan mempunyai 80 titik per periode 10 ms. Representasi gelombang suara menjadi vektor suara menggunakan fitur LPC (*Linear Predictive Coding*).

Pada penentuan parameter HMM, diasumsikan bahwa urutan vektor observasi setiap kata merupakan model Markov. Pada gambar terlihat gelombang suara direpresentasikan ke bentuk parameter vektor suara yang terdiri dari 6 observasi dengan masing-masing observasi mempunyai panjang urutan tertentu.

Kata terisolasi adalah kata yang berdiri sendiri atau tidak dalam suatu rangkaian dengan kata yang lain. Sistem penentuan parameter HMM kata terisolasi menggunakan asumsi bahwa kata diucapkan oleh pembicara tunggal. Sebelum melakukan penentuan parameter maka untuk setiap  $v$  kata, harus dibuat parameter HMM sebanyak  $\lambda^v$ , sehingga parameter model  $(A, B, \pi)$  dapat mendekati himpunan kemungkinan vektor observasi dari kata ke- $v$ .

Kata yang akan dikenali masuk ke sistem berupa sinyal suara dengan format *wav* yang direkam dengan bantuan program *Cool Edit 2000* dengan frekuensi sampling 8 KHz, 8 bit, mono. Sinyal tersebut kemudian dimasukkan ke LPC sehingga didapatkan urutan observasi. Kemudian dilakukan perhitungan  $\lambda$  yang menghasilkan nilai kemiripan dengan  $\lambda$  yang telah kita modelkan terlebih

dahulu menggunakan iterasi *Expectation Modification (Baum Welch)*. Hasil iterasi ini adalah nilai *Log Likelihood*, model yang bagus adalah yang nilainya paling mendekati hasil perhitungan. Kemudian dilakukan perhitungan untuk mendapatkan probabilitas  $P(O | \lambda^v)$  untuk kata pertama sampai kata ke- $v$  dengan algoritma Maju-Mundur dan Viterbi yang tidak dibahas pada tugas akhir ini.

## 2.10 Analisis LPC

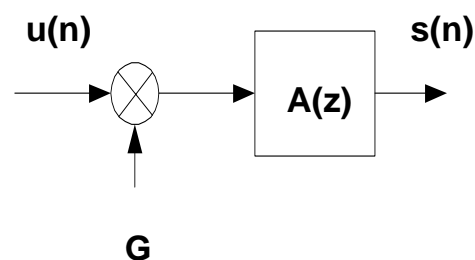
Representasi sinyal suara dalam bentuk parameter merupakan cara representasi sinyal yang cukup rumit karena dari sinyal yang ada akan dihitung secara matematis parameter sinyal yang mengandung informasi sinyal. Hal ini dapat diselesaikan dengan menggunakan fitur algoritma LPC.

Teori LPC yang dipakai dalam analisa suara, telah dipahami dengan baik dalam beberapa tahun yang lalu. Ada beberapa alasan yang menjadikan teori LPC telah banyak digunakan dalam sistem pengenalan suara, antara lain:<sup>[12]</sup>

1. LPC membuktikan suatu model yang baik untuk pengenalan suara, yaitu memberikan parameter model yang tepat untuk sinyal suara, dapat dilihat pada spektrum koefisien peramalan yang mirip dengan spektrum sinyal aslinya.
2. Perhitungan yang dibutuhkan untuk mencari parameter sinyal suara relatif lebih singkat dibandingkan dengan metode lainnya.
3. Metode untuk mendapat parameter-parameter sinyal ucapan, seperti jalur formant dan amplitudo.

### 2.10.1 Persamaan LPC

Pemodelan sinyal suara dengan LPC terlihat seperti Gambar 2.3.



Gambar 2.3 Model LPC dari suara

Berdasarkan model pada Gambar 2.3, hubungan antara  $s(n)$  dan  $u(n)$  adalah: <sup>[12]</sup>,  
[20]

$$s(n) = \sum_{k=1}^P a_k s(n-k) + Gu(n) \quad [2.27]$$

Dengan mempertimbangkan kombinasi linear dari sampling suara sebelumnya didefinisikan sebagai:

$$\tilde{s}(n) = \sum_{k=1}^P a_k s(n-k) \quad [2.28]$$

Sehingga akan didapat persamaan kesalahan peramalan berupa  $e(n)$  yang didefinisikan sebagai:

$$e(n) = s(n) - \tilde{s}(n) = s(n) - \sum_{k=1}^P a_k s(n-k) \quad [2.29]$$

Dengan fungsi alih kesalahan adalah:

$$A(z) = \frac{E(z)}{S(z)} = 1 - \sum_{k=1}^P a_k z^{-k} \quad [2.30]$$

Masalah mendasar dari analisa peramalan linear adalah menentukan sejumlah koefisien peramalan  $a_k$ , langsung dari sinyal suara sehingga sinyal hasil sintersa memiliki spektrum yang sama atau mendekati sama dengan spektrum sinyal aslinya.

Karena karakteristik spektral sinyal suara berubah terhadap waktu, maka koefisien peramalan pada waktu ke- $n$ , harus diperkirakan dari sinyal suara dengan selang waktu yang singkat di sekitar waktu ke- $n$ . Pendekatan untuk mencari koefisien peramalan adalah dengan meminimumkan rata-rata kuadrat kesalahan dari selang waktu singkat sinyal suara tersebut. Biasanya analisa spektrum selang waktu singkat dilakukan dengan jalan pembangkaian secara beruntun pada sinyal suara, dengan jarak antar bingkai berupa kelipatan 10 mdetik.

Untuk mendapat persamaan koefisien peramalan, dapat dinotasikan segmen sinyal suara dan segmen sinyal kesalahan pada waktu ke- $n$  sebagai berikut:

$$s_n(m) = s(n+m) \quad [2.31]$$

$$e_n(m) = e(n+m) \quad [2.32]$$

dan rata-rata kuadrat sinyal kesalahan pada segmen tersebut adalah:

$$E_n = \sum_m e_n^2(m) \quad [2.33]$$

dengan menggunakan definisi dari  $e_n(m)$  dalam hubungan terhadap  $s_n(m)$ , dapat ditulis sebagai:

$$E_n = \sum_m \left[ s_n(m) - \sum_{k=1}^p a_k s_n(m-k) \right]^2 \quad [2.34]$$

Biasanya untuk menghitung rata-rata kuadrat sinyal kesalahan pada suatu segmen, maka perlu dijumlahkan semua sinyal kesalahan pada segmen tersebut, dan kemudian membaginya dengan panjang segmen. Akan tetapi karena pada perhitungan koefisien peramalan  $a_k$  hanya dibutuhkan persyaratan kesalahan minimum, maka besar  $E_n$  pada persamaan di atas tidak perlu dibagi dengan panjang segmennya, melainkan cukup dicari harga  $E_n$  minimum untuk segmen tersebut. Supaya didapat harga  $E_n$  minimum maka harus memenuhi syarat:

$$\frac{\partial E_n}{\partial a_k} = 0 \quad k=1,2,\dots,p \quad [2.35]$$

atau dapat pula diberikan sebagai:

$$\sum_m s_n(m-i)s_n(m) = \sum_{k=1}^p \hat{a}_k \sum_m s_n(m-i)s_n(m-k) \quad [2.36]$$

dimana  $\hat{a}_k$  untuk nilai koefisien peramalan  $a_k$  yang meminimumkan  $E_n$ , dengan persamaan:

$$\phi_n(i,k) = \sum_m s_n(m-i)s_n(m-k) \quad [2.37]$$

dimana:  $1 \leq i \leq p$

$$0 \leq k \leq p$$

Atau dapat dinotasikan secara ringkas pada persamaan 2.36 adalah:

$$\phi_n(i,0) = \sum_{k=1}^p \hat{a}_k \phi_n(i,k) \quad [2.38]$$

Persamaan rata-rata kuadrat sinyal kesalahan minimum dapat pula dinotasikan dalam persamaan:

$$\hat{E}_n = \sum_m s_n^2(m) - \sum_{k=1}^p \hat{a}_k \sum_m s_n(m)s_n(m-k) \quad [2.39]$$

$$\hat{E}_n = \Phi_n(0,0) - \sum_{k=1}^p \hat{a}_k \Phi_n(0,k) \quad [2.40]$$

Terlihat disini bahwa  $\hat{E}_n$  terdiri dari komponen tetap  $\phi(0,0)$  dan komponen yang tergantung pada koefisien peramalan untuk mencari koefisien optimum  $\hat{a}_k$ , maka dari persamaan 2.37 dapat dicari terlebih dahulu nilai  $\phi(i,k)$  sesudah persamaan 2.38 dipecahkan. Untuk membatasi limit penjumlahan  $m$  dari persamaan di atas maka dapat digunakan metode autokorelasi.

### 2.10.2 Metode autokorelasi

Cara yang mudah dan langsung untuk membatasi limit penjumlahan  $m$  adalah dengan mengasumsikan bahwa nilai segmen sinyal suara  $s_n(m)$  adalah nol untuk nilai  $m$  di luar interval  $0 \leq m \leq N-1$ . Cara menerapkannya adalah dengan fungsi penjendelaan terhadap segmen sinyal suara, seperti persamaan: <sup>[12], [20]</sup>

$$s_n(m) = s(n+m)w(m) \quad [2.41]$$

sehingga sampling suara untuk meminimalkan adalah:

$$s_n(m) = \begin{cases} s(m+n)w(m) & 0 \leq m \leq N-1 \\ 0 & \text{lainnya} \end{cases} \quad [2.42]$$

Dengan persamaan 2.38 maka rata-rata kuadrat sinyal kesalahan menjadi:

$$E_n = \sum_{m=0}^{N-1+p} e_n^2(m) \quad [2.43]$$

sehingga  $\phi_n(i,k)$  dapat dinotasikan kembali sebagai:

$$\Phi_n(i,k) = \sum_{m=0}^{N-1+p} s_n(m-i)s_n(m-k) \quad [2.44]$$

$$\text{atau } \Phi_n(i,k) = \sum_{m=0}^{N-1-(i-k)} s_n(m)s_n(m+i-k) \quad [2.45]$$

dengan nilai batas :  $1 \leq i \leq p$

$$0 \leq k \leq p$$

Dengan menganggap bahwa fungsi  $\phi_n(i,k)$  pada persamaan 2.45 hanya memiliki fungsi tunggal  $(i-k)$  maka persamaan tersebut dinotasikan kembali sebagai fungsi autokorelasi:

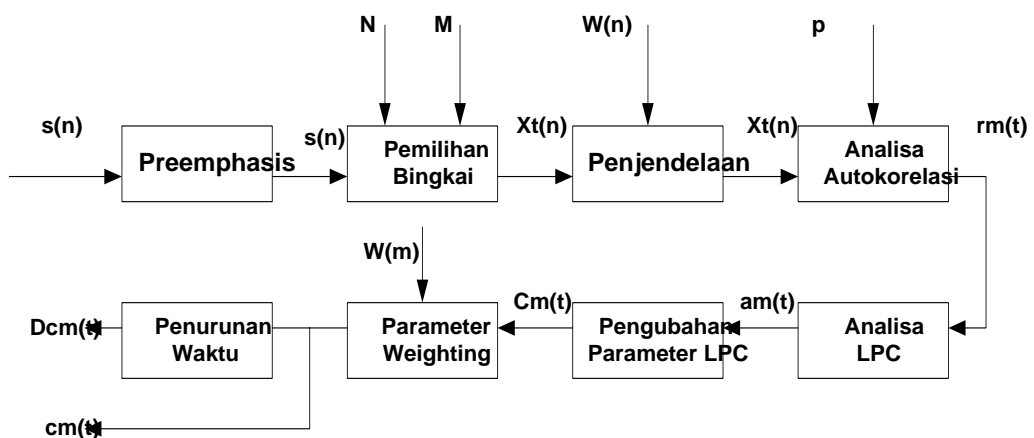
$$\Phi_n(i, k) = r_n(i - k) = \sum_{m=0}^{N-1-(i-k)} s_n(m) s_n(m+i-k) \quad [2.46]$$

Jika fungsi autokorelasi ini memiliki sifat simetris, yaitu  $r_n(-k) = r_n(k)$ , maka persamaan LPC pada persamaan 2.37 dapat dinotasikan:

$$\sum_{k=1}^p r_n(i-k) \hat{a}_k = r_n(i) \quad 1 \leq i \leq p \quad [2.47]$$

### 2.10.3 Proses LPC

LPC membuktikan suatu model yang baik untuk pengenalan suara, yaitu memberikan parameter model yang tepat untuk sinyal suara, dapat dilihat pada spektrum koefisien peramalan yang mirip dengan spektrum sinyal aslinya. Blok diagram dari LPC seperti Gambar 2.4.



Gambar 2.4 Blok Diagram dari LPC dalam Pemrosesan Sinyal

Langkah-langkah dari pemrosesan sinyal dengan LPC sebagai berikut: <sup>[12], [13], [20]</sup>

1. *Preemphasis* (penekanan sinyal)

Sinyal suara yang telah disampling dengan frekuensi 8 Khz dilewatkan sistem digital tingkat rendah (biasanya tapis tanggapan impuls terbatas (FIR) tingkat pertama) untuk meratakan spektral sinyal dan menghilangkan derau yang ada pada sinyal tersebut.

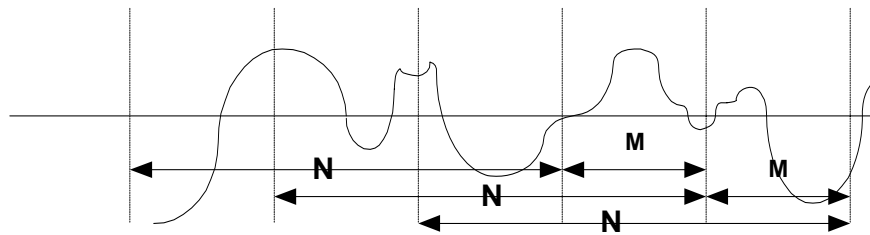
Fungsi alih diberikan:  $H(z) = 1 - az^{-1}$  [2.48]

Sehingga keluaran dari sistem ini adalah:

$$\hat{s}(n) = s(n) - \hat{a}s(n-1) \quad [2.49]$$

## 2. Pemilihan bingkai

Pada tahap ini sinyal hasil preemphasis dikelompokkan ke dalam bingkai-bingkai dengan ukuran masing-masing bingkai sebesar N data. Bingkai ini berurutan dengan pemisahan antara kedua bingkai sebesar M data. Biasanya  $M = 1/3 N$ . Blok pemilihan bingkai dari sinyal suara dapat dilihat pada Gambar 2.5.



Gambar 2.5 Blok pemilihan bingkai dari sinyal suara

Bingkai pertama berisi n data pertama sinyal suara. Bingkai ke-2 dimulai dari data ke M pada bingkai pertama, sehingga terdapat penumpukan bingkai sejauh N-M buah data. Demikian juga dengan bingkai ke-3 dimulai dari data ke-2M bingkai pertama (atau data ke-M dari bingkai ke-2), sehingga terdapat penumpukan bingkai sejauh N-2M dengan bingkai pertama. Proses ini berlangsung terus sampai seluruh data sinyal suara dibingkaikan.

3. *Frame Windowing*, setiap frame dikalikan dengan jendela sampel  $N_A$  (digunakan jendela Hamming)  $w(n)$ .
4. *Autocorrelation Analysis*, setiap himpunan *frame window* diautokorelasi sehingga didapatkan sebuah himpunan koefisien  $(\rho + 1)$ , dengan  $\rho$  adalah orde LPC yang diharapkan, untuk frekuensi sampling 8 KHz maka digunakan nilai  $\rho = 10$ .
5. *LPC/Cepstral Analysis*, vektor autokorelasi diolah sehingga didapatkan koefisien LPC Q.
6. *Cepstral Weighting*, vektor koefisien cepstral Q yaitu  $c_t(m)$  dikalikan dengan  $W_c(m)$  sehingga didapatkan  $c_t(m)$ .

$$7. \text{ Delta Cepstrum, } c_t(m) \text{ diolah menjadi } \Delta c_t(m) = \left[ \sum_{k=-k}^k kc_{t-k}(m) \right].G \quad [2.50]$$

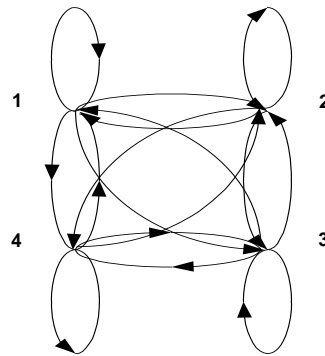
dengan  $1 \leq m \leq Q$ . G adalah faktor penguatan yang dipilih agar varian dari  $c_t(m)$  sama dengan  $c_t(m)$ .

Vektor observasi  $O_t$  yang digunakan untuk sistem pengenalan kata adalah:

$$Q_t = \{ c_t(m), \Delta c_t(m) \} \quad [2.51]$$

### 2.11 Pemilihan Parameter Model

Pada sistem pengenalan kata terisolasi dengan pembicara tunggal maka model HMM yang tepat digunakan untuk mencari probabilitas transisi A adalah model Ergodik. Model Ergodik adalah model HMM terhubung penuh, setiap keadaan dapat dicari keadaan lain dalam jumlah tertentu. Model Ergodik bisa dilihat pada Gambar 2.6. <sup>[12], [13]</sup>



Gambar 2.6 Model Ergodik 4 keadaan

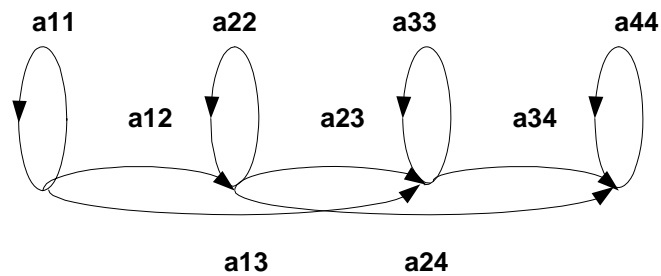
Matrik peralihan dari model Ergodik adalah :

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & 1 \end{pmatrix} \quad [2.52]$$

Selain model Ergodik sinyal juga bisa dimodelkan Kiri-Kanan atau model Bakis dengan ketentuan  $a_{NN} = 1$  dan  $a_{Ni} = 0$  untuk  $i < N$  mempunyai matriks peralihan sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 \\ 0 & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ 0 & 0 & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [2.53]$$

Model Bakis 4 keadaan seperti pada Gambar 2.7.



Gambar 2.7 Model Bakis 4 keadaan

Model Bakis 4 keadaan mempunyai 4 keadaan dengan probabilitas terhadap diri sendiri sebanyak 4 yaitu  $a_{11}$ ,  $a_{22}$ ,  $a_{33}$  dan  $a_{44}$  dan probabilitas transisi  $a_{12}$ ,  $a_{23}$ ,  $a_{34}$ ,  $a_{13}$  dan  $a_{24}$ .

## 2.12 Algoritma Baum Welch

Masalah utama dalam HMM adalah mengatur parameter model  $\lambda = \{A, B, \pi\}$  agar probabilitas urutan observasi maksimal. Parameter model  $\lambda = \{A, B, \pi\}$  yang memaksimalkan  $P(O|\lambda)$  dapat dicari dengan prosedur iterasi yaitu dengan metode EM (*Expectation Modification*) atau *Baum Welch*. Diasumsikan keluaran observasi (O) adalah korespondensi 1 – 1 dengan keadaan (Q) sehingga parameter HMM menjadi tidak tersembunyi lagi. Diasumsikan probabilitas keadaan  $S_i$  pada waktu t dan keadaan  $S_j$  pada waktu t+1 adalah: <sup>[12], [13]</sup>

$$\xi_t(i,j) = P(q_t = S_i, q_{t+1} = S_j | O, \lambda) \quad [2.54]$$

Probabilitas pada keadaan  $S_i$  pada waktu t bisa ditulis :

$$\gamma_t(i) = \sum_{j=1}^N \xi_t(i,j) \quad [2.55]$$

Sehingga nilai perpindahan yang diharapkan dari  $S_i$  adalah:

$$\sum_{t=1}^{T-1} \gamma_t(i) \quad [2.56]$$

Nilai perpindahan yang diharapkan dari  $S_i$  ke  $S_j$  adalah:

$$\sum_{t=1}^{T-1} \xi_t(i,j) \quad [2.57]$$

Sehingga parameter HMM bisa ditaksir sebagai berikut:

$$\bar{\pi} = \text{frekuensi yang diharapkan pada keadaan } S_1 \text{ pada waktu } t = 1 = \gamma_t(i) \quad [2.58]$$

$$\bar{a}_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^{T-1} \zeta_t(i,j)}{\sum_{t=1}^{T-1} \gamma_t(i)} = \text{probabilitas transisi} \quad [2.59]$$

$$\bar{b}_j(k) = \frac{\sum_{t=1, O_t=V_k}^T \gamma_t(j)}{\sum_{t=1}^T \gamma_t(j)} = \text{probabilitas urutan observasi} \quad [2.60]$$

Dari ketiga parameter diatas maka telah diperoleh  $\lambda$  yang baru disimbolkan:

$$\bar{\lambda} = (\bar{A}, \bar{B}, \bar{\pi}) \quad [2.61]$$

Model tersebut mirip dengan  $\lambda$  apabila:

$$P(O|\bar{\lambda}) > P(O|\lambda) \quad [2.62]$$

Apabila dilakukan perhitungan iterasi terhadap nilai  $\bar{\lambda}$  maka akan diperoleh nilai yang maksimum, langkah ini disebut *Maximum Likelihood Estimation*.

$$Q(\lambda|\bar{\lambda}) = \sum_Q P(Q|O, \lambda) \log[P(O, Q|\lambda)] \quad [2.63]$$

Pemaksimalan nilai  $Q(\lambda|\bar{\lambda})$  dapat menaikkan nilai *likelihood* :

$$\max_{\lambda} [Q(\lambda|\bar{\lambda})] \Rightarrow P(O|\bar{\lambda}) \geq P(O|\lambda) \quad [2.64]$$

Asumsi penting dalam metode iterasi ini adalah:

$$\sum_{i=1}^N \bar{\pi}_i = 1 \quad [2.65]$$

$$\sum_{j=1}^N \bar{a}_{ij} = 1 \quad 1 \leq i \leq N \quad [2.66]$$

$$\sum_{k=1}^M \overline{b_j(k)} = 1 \quad 1 \leq j \leq N \quad [2.67]$$

yang akan secara otomatis diterapkan dalam setiap iterasi.

Untuk mengatur besarnya  $\lambda$  agar probabilitas observasi pada model maksimal digunakan algoritma *Baum Welch* sebagai berikut.<sup>[12], [13]</sup>

1. Memilih parameter  $\lambda = \{A, B, \pi\}$
2. Memperkirakan kembali :
  - a.  $\bar{\pi}_i = \gamma_t(i)$
  - b.  $\bar{a}_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^T x_t(i, j) \gamma_t(i)}{\sum_{t=1}^T \gamma_t(i)}$
  - c.  $\bar{b}_{j(k)} = \frac{\sum_{t=1}^T \gamma_t(j) 1_{\{o_t = k\}}}{\sum_{t=1}^T \gamma_t(j)}$

$$\text{dimana } 1_{\{o_t = k\}} = \begin{cases} 1 & \text{untuk } o_t = k \\ 0 & \text{untuk yang lain} \end{cases}$$

3. Ambil  $\bar{A} = \{\bar{a}_{ij}\}$   
 $\bar{B} = \{\bar{b}_{j(k)}\}$   
 $\bar{\pi} = \{\bar{\pi}_i\}$
4. Mengganti  $\lambda$  menjadi  $\{\bar{A}, \bar{B}, \bar{\pi}\}$
5. Jika  $\lambda = \bar{\lambda}$  maka keluar, jika yang lain maka mengganti  $\lambda$  menjadi  $\bar{\lambda}$  dan kembali ke langkah kedua.

#### DAFTAR PUSTAKA

1. Bharucha\_Reid, A.T, *Element of the Theory of Markov Process and Their Application*, McGrawHill, New York, 1960.
2. Bhattacharya, N. Rabi dan Waymire, C. Edward, *Stochastic Processes with Application*, John Wiley and Sons, Singapura, 1990.
3. Dey, Subhrakanti, *Reduced-Complexity Filtering for Partially Observed Nearly Completely Decomposable Markov Chains*, IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 48, No. 12, Desember, 2000.

4. Evans, S. Jamie dan Krishnamurthy, Vikram, *HMM State Estimation with Randomly Delayed Observation*, IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 47, No. 8, Agustus, 1999.
5. Fari, Guoliang dan Xia, Xiang\_Gen, *Improved Hidden Markov Models in the Wavelet-Domain*, IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 49, No. 1, Januari, 2001
6. Evermann, Gunnar, *The HTK Book*, Cambridge University Engineering Departement, 2001.
7. Huo, Qiang dan Chan, Chorkin, *Bayesian Adaptive Learning of the Parameter of Hidden Markov Model for Speech Recognition*, IEEE Transactions on Speech and Audio Processing
8. Ljolje, Andrej dan Levinson, E. Stephen, *Development of an Acoustic-Phonetic Hidden Markov Model for Continous Speech Recognition*, IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 39, No. 1, Januari, 1991.
9. Papoulis, Athanasius, *Probabilitas, Variabel Random, dan Proses Stokastik*, edisi ke-2, Gadjah Mada university Press, Yogyakarta, 1992.
10. Peinado, M. Antonio; Segura, C. Jose; Rubio, J. Antonio; Garcia, Pedro dan Perez, L. Jose, *Discriminative Codebook Design Using Multiple in HMM – Based Speech Recognizers*, IEEE Transactions on Speech and Audio Processing, Vol. 4, No. 2, Maret, 1996.
11. Pines, A. Louis dan Harvill, R. Lawrence, *Matematika Terapan untuk Para Insinyur dan Fisikawan*, edisi ke-3, Gadjah Mada University Press, Yogyakarta, 1991.
12. R. Rabiner, Lawrence, *A Tutorial on Hidden Markov Models and Selected Applications in Speech Recognition*, IEEE, Vol. 77, No. 2, Februari, 1989.

13. R. Rabiner, Lawrence, *Theory and Application of Digital Signal Processing*, Prentice-Hall of India Private Limited, New Delhi, 1992.
14. Ross, Sheldon, *A First Course in Probability*, edisi ke-4, Macmillan College Publishing Company, New York, 1994.
15. Shue, Louis; D.O Anderson, Brian;De Bruyne, Franky, *Asymptotic Smoothing Errors for Hidden Markov Models*, IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 48, No. 2, Desember, 2000.
16. Soo Kim, nam dan Kwan Un, Chong, *On Estimating Robust Probability Distribution in HMM Based Speech Recognition*, IEEE Transactions on Speech and Audio Processing, Vol. 43, No. 4, Juli, 1995.
17. Viniotis, Yannis, *Probability and random Processes*, McGraw- Hill International Edition, Singapura, 1998.
18. Walpole, E. Ronald dan Myers, H. Raymond, *Ilmu Peluang dan Statistika Untuk Insinyur dan Ilmuwan*, edisi ke-2, Penerbit ITB Bandung, 1986.
19. Wismono B, R. Yudhi, *Identifikasi Jenis Tingkatan Suara Manusia dengan Metode Real Cepstrum*, Teknik Elektro, Universitas Diponegoro. Semarang, 2002.